Thibaut Giraud
Institut Jean Nicod – EHESS, ENS

# Actualiste et meinongien à la fois ?

*"[The] prejudice in favour of the actual, as Meinong put it. By analogy with 'racism' and 'sexism', etc., we might call this 'actualism'–though that word has other well-known uses in philosophy."*
Graham Priest, *Towards Non-Being*, p.57

## Introduction
## Les exigences d'un actualisme meinongien

Par *actualisme* on entend généralement la position selon laquelle *tout est actuel*. En particulier, l'actualiste nie que les *mondes possibles* supposés par la sémantique de la logique modale soient effectivement des entités non actuelles ; un actualiste défendra que ce sont seulement des constructions abstraites à partir d'éléments actuels. (Par exemple on pourra défendre que ce sont en fait des ensembles de propositions.)

Une théorie peut être dite *meinongienne* (ou *néo-meinongienne*) à partir du moment où elle admet un principe selon lequel toute description est satisfaite par un objet. Ce principe doit généralement être restreint dans une certaine mesure, mais même restreint il doit nous autoriser à tenir des descriptions comme *la montagne d'or* et *le rond-carré* comme étant satisfaites par des objets. Or, dans la mesure où aucune montagne d'or n'existe et un rond-carré ne peut pas exister, une théorie meinongienne doit accepter qu'il y a des objets non-existants et même des objets impossibles.

Il y une façon très simple de soutenir un actualisme meinongien : cela consiste à tenir les *possibilia* pour des objets actuels mais non-existants. C'est ce que soutient Zalta en particulier (*cf.* Linsky & Zalta 1993) . Seulement, cette façon de concilier actualisme et meinongianisme a peu de chance de séduire un actualiste : une telle position respecte bien la lettre du principe actualiste selon lequel *tout est actuel*, mais elle semble en contrarier l'esprit : un actualiste est animé par un souci d'économie ontologique. Or, les objets inexistants du meinongien lui sembleront aussi coûteux ontologiquement que les *possibilia* du possibiliste.

Un véritable actualiste serait probablement prêt à reformuler sa position en ces termes : *tout existe et tout est actuel*, ou encore *tout existe actuellement*. (Affirmer que *tout existe* lui semble probablement un parfait truisme dans la mesure où quantifier sur tout revient à quantifier sur tout ce qui est, et qu'il ne voit pas de différence entre *être* et *exister* – il faut déjà être meinongien pour envisager ce genre de subtilités.)

Compris de cette façon, il semble bien qu'*actualisme meinongien* soit un oxymore. Comment faire entrer, dans le strict cadre actualiste qui n'admet d'objets qu'existants et actuels, la ménagerie meinongienne des objets non-existants et même impossibles ?

Je pense que les exigences de l'actualiste et celle du meinongien ne sont pas du même ordre. L'exigence de l'actualiste relève de l'engagement ontologique de la théorie. On peut la formuler comme suit :

> *(A) Une théorie est actualiste ssi elle n'engage ontologiquement qu'envers des entités existant actuellement.*

Le meinongianisme entretient un rapport plus flou avec l'engagement ontologique. Il n'est pas au cœur de son projet d'engager ontologiquement envers des objets non-existants. L'important réside plutôt dans la capacité qu'offre la théorie à parler de ces objets non-existants de façon cohérente. Autrement dit, l'exigence meinongienne relève du pouvoir expressif de la théorie. On peut la formuler ainsi :

> *(B) Une théorie est meinongienne ssi elle permet d'exprimer le fait que toute description (avec éventuellement quelques restrictions, mais dont des descriptions comme* la montagne d'or *ou* le rond-carré*) est satisfaite par un objet.*

Satisfaire l'exigence (B) n'implique pas *ipso facto* d'être engagé ontologiquement envers ces objets *montagne d'or* et *rond-carré*.

Un actualisme meinongien serait donc une théorie qui satisferait à la fois les deux exigences (A) et (B) : elle aurait le pouvoir expressif d'une théorie meinongienne tout en préservant un engagement ontologique actualiste.

## Première partie
## Recherches sur l'engagement ontologique du point de vue de la sémantique formelle

### 1. Pour une approche vérifactionnelle de l'engagement ontologique

Je m'écarterai du point de vue classique de Quine sur l'engagement ontologique ; je ne pense pas que l'engagement ontologique d'une phrase ou d'une théorie soit liée à sa forme linguistique (à la présence d'expressions quantifiantes comme « il y a »). Je prends le parti d'étudier l'engagement ontologique du point de vue de la *vérifaction* : c'est la façon dont une phrase ou une théorie serait rendue vraie (si elle était vraie) qui nous renseigne sur les entités auxquelles elle engage ontologiquement. Pour une défense de ce type d'approche on peut lire Heil 2003, Armstrong 2004, et Cameron 2008.

Il me semble que suivre cette approche est une conséquence naturelle du fait d'accepter une théorie des vérifacteurs. C'est ainsi que l'expose Cameron :

> « Quels sont les engagements ontologiques d'une théorie ? Pour Quine, ce sont ces choses dont on doit dire qu'elles appartiennent au domaine des quantificateurs si les phrases de cette théorie devaient être vraies. Je suis un tenant de la théorie des vérifacteurs : je soutiens que les engagement ontologiques d'une théorie sont seulement ces choses qui doivent exister pour rendre vraies les phrases de cette théorie. » (Cameron, 2008, p. 4.)

Les deux approches pourraient s'accorder si les phrases où apparaissent des expressions quantifiantes comme « Il existe un *x* » avaient toujours pour vérifacteur un *x*. Mais un défenseur des vérifacteurs peut parfaitement refuser ce point :

> « Je pense que l'un des avantages de la théorie des vérifacteurs est de permettre que <*x* existe> soit rendu vraie par autre chose qu'un *x*, et donc que '*a* existe' soit vraie selon une théorie sans que *a* soit un engagement ontologique de cette théorie. » (*ibid.*)

On peut mieux saisir l'avantage de cette approche à partir d'un exemple. Selon l'approche quinienne, la phrase « Il existe une table » engage ontologiquement envers l'existence d'une table. Autrement dit, pour que cette phrase soit *littéralement vraie*, il faut qu'il y ait dans notre ontologie une chose qui appartienne à l'extension du prédicat *table*. A l'inverse, selon l'approche vérifactionnelle, cette phrase « Il existe une table » n'engage ontologiquement qu'envers les entités qui la rendent vraie ; en l'occurrence, un nihiliste estimera que ce qui rend vraie cette phrase, c'est l'existence d'un certain nombre de particules élémentaires arrangées en forme de table. Aussi, nous ne sommes engagés qu'envers ces particules, non envers une table ; les tables et tous les artefacts peuvent parfaitement être exclus de notre ontologie. Mais cela ne doit pas nous forcer à renoncer à la vérité de la phrase « Il y a une table » ; cette phrase reste bien littéralement vraie. Ainsi peut-on être à la fois nihiliste envers les tables (nous ne sommes pas engagés ontologiquement envers l'existence de telles entités) sans renoncer à tenir pour littéralement vraies nos phrases quantifiant sur des tables. (On peut aller plus loin en faisant remarquer que le nihiliste n'est pas non plus engagé ontologiquement envers des particules élémentaires mais seulement envers les entités qui rendent vraie la phrase « il existe des particules élémentaires ».)

Il faut noter aussi que ce devrait être le vérifacteur *minimal* d'une phrase, et non tous les vérifacteurs de cette phrase, qui détermine son engagement ontologique.

Cette approche de l'engagement ontologique n'est pas exempte de difficultés (Schaffer 2008 propose une critique intéressante) mais je pense qu'elle pose la question de la façon pertinente : l'engagement ontologique d'une théorie est certainement lié à ce qui doit exister pour la rendre vraie, autrement dit à ses vérifacteurs, et pas à sa forme syntaxique.

Il est étonnant que cette idée assez simple, qui semble presque relever du bon sens, n'ait commencé à être défendue explicitement contre le critère quinien que très récemment. On a pu croire que le critère quinien ne s'opposait pas véritablement au critère vérifactionnel, qu'il ne faisait que le traduire sur le plan syntaxique ; une autre raison encore est que la vérifaction est une notion qui a fait son entrée plus tardivement dans le bestiaire ontologique. Quoi qu'il en soit, aussi bien dans des textes récents que moins récents on pourra remarquer que des considérations ayant trait à la vérifaction (implicitement ou explicitement) paraissent bien souvent dès lors que l'on aborde la question de l'engagement ontologique. Par exemple, Peter Simons au détour d'un article de 1997 sur l'engagement ontologique des logiques d'ordre supérieure remarquait ceci :

> « L'engagement ontologique est en quelque sorte la converse d'une idée ayant acquis plus récemment de l'importance : la vérifaction. A chaque fois que l'on se demande quelles choses sont telles que leur existence est *nécessaire* pour qu'une phrase soit vraie, on s'interroge sur ses engagements ontologiques ; quand on se demande quelles choses sont telles que leur existence est *suffisante* pour que la phrase soit vraie, nous considérons les vérifacteurs de la phrase. (…) [C]'est en général une question *a posteriori* de savoir ce qui rend une phrase donnée vraie. Mais s'il en est ainsi, alors les engagements ontologiques ou les minima de vérifaction d'une phrase ne sont pas non plus susceptibles d'être déchiffrés à partir de sa forme logico-grammaticale. » Simons 1997 p. 265.

Les théories meinongiennes se présentent dans des langages formels. La question se posera donc de savoir comment, pour un langage formel, appréhender l'engagement ontologique selon cette approche vérifactionnelle. Dans la mesure où les logiques meinongiennes se présentent généralement dans des langages du second ordre, nous allons nous intéresser en particulier à l'engagement ontologique de la logique du second ordre.

## 2. Sémantique formelle et ontologie

La sémantique d'un langage formel détermine : i) ce qu'est un modèle (ou une interprétation) pour ce langage, ii) de quelle façon, à partir d'un modèle donné, on peut déterminer pour chaque formule du langage sa *valeur de vérité* dans ce modèle.

La sémantique est-elle légitime à nous renseigner sur l'ontologie ? On pourrait considérer qu'il s'agit seulement d'une méthode utile pour prouver certaines propriétés des systèmes axiomatiques (en particulier leur cohérence) mais qu'en aucun cas elle n'a vocation à nous dire quoi que ce soit de pertinent du point de vue ontologique. Cela revient à ne pas prendre au sérieux le terme de *vérité* lorsqu'on parle de *vérité dans un modèle*.

Je défendrai une position plus réaliste (et je crois plus naturelle) à l'égard de la sémantique qui consiste à prendre au sérieux l'idée de vérité qu'elle définit. Cela revient à donner à la sémantique un poids ontologique : un modèle nous présente la structure d'un monde et les règles sémantique rendent compte du processus de vérifaction des formules à partir de ce monde.

Parler de *monde* peut prêter à confusion à cause de la sémantique de la logique modale où l'on trouve des *mondes possibles*, lesquels sont des entités qui appartiennent aux modèles ; les modèles eux-mêmes ne sont pas des mondes dans ce même sens. On peut préférer parler d'*univers* : chaque modèle de la logique modale décrit un univers de mondes possibles, les règles sémantique rendent compte de la façon dont cet univers de mondes possibles rend vraies les propositions du langage modal. De façon plus neutre, si l'on ne veut parler ni de monde ni d'univers, on pourrait dire qu'un modèle présente une *situation ontologique.*

La sémantique d'un langage formel détermine donc : 1) le type de situation ontologique que le langage est susceptible de décrire, 2) le processus de vérifaction de toute formule du langage dans toute situation ontologique.

Nous allons présenter plusieurs exemples de sémantiques pour des langages formels et nous examinerons à chaque fois leur engagement ontologique selon notre approche vérifactionnelle.

### 2.1. Sémantique et ontologie de la logique du premier ordre

#### 2.1.1. Langage

Commençons par définir un langage du premier ordre avec identité. Ce langage comprend des termes individuels parmi lesquels on distingue des constantes : $a$, $b$, $c$, … et un nombre infini de variables : $x$, $y$, $z$, … ; des prédicats : $P^n$, $Q^{n'}$, …, dont l'adicité est notée en exposant ; le signe d'égalité (=), les quantificateurs (∀ et ∃) ; et les opérateurs de la logique propositionnelle (¬, &, ∨, →, ≡).

Soit un ensemble $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ de constantes non-logique (c'est-à-dire un ensemble de constantes individuelles et de prédicats), le langage $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ est l'ensemble de formules construit en suivant les règles suivantes (dites *règles de formation*) :

- *Formules atomiques* : soit $K^n$ un prédicat $n$-adique et $t_1...t_n$ $n$ termes individuels, $K^n t_1...t_n$ est une formule de $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$.
- *Formule atomique d'identité* : soit deux termes individuels $t_1$ et $t_2$, $(t_1 = t_2)$ est une formule de $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$.
- *Formules quantifiées* : soit $v$ une variable individuelle et φ une formule alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi$ sont des formules de $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$.
- *Formules complexes* : soit φ et ψ des formules, alors $(\neg\varphi)$, $(\varphi \;\&\; \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ et $(\varphi \equiv \psi)$ sont des formules de $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$.
- *Et c'est tout*. Toute formule de $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$ est construite par un nombre fini d'application des règles précédentes.

On supprimera les parenthèses et les exposants pour les prédicats là où ce n'est pas nécessaire à la compréhension.

### 2.1.2 Sémantique

Un modèle standard pour un langage du premier ordre $\boldsymbol{\mathcal{L}_\mathcal{V}}$ est une structure $M = <\boldsymbol{\mathcal{D}}, \delta>$ où $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ est un ensemble non-vide et δ une fonction (dite fonction de dénotation) qui satisfait les condition suivantes :

- pour toute constante individuelle $c$ de $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ : $\delta(c) \in \boldsymbol{\mathcal{D}}$
- pour tout prédicat $n$-adique $K^n$ de $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ : $\delta(K^n) \subseteq \boldsymbol{\mathcal{D}}^n$

où $\boldsymbol{\mathcal{D}}^n$ est l'ensemble des $n$-uplets de membre de $\boldsymbol{\mathcal{D}}$.

On admet que le 1-uplet $(X)$ est identique à $X$, ce qui fait que l'ensemble $\boldsymbol{\mathcal{D}}^1$ est identique à $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ et donc un prédicat monadique dénote un ensemble de membre de $\boldsymbol{\mathcal{D}}$.

On définit qu'une fonction $s$ est une assignation (ou assignation de valeur aux variables) si pour toute variable individuelle $v$ on a : $s(v) \in \boldsymbol{\mathcal{D}}$.

Un terme individuel pouvant être une constante ou une variable, on va relativiser à une assignation donnée la dénotation d'un terme individuel en général : pour une assignation $s$, un terme individuel $t$ dénote ou bien $\delta(t)$ si $t$ est une constante, ou bien $s(t)$ si $t$ est une variable. On note $\delta_s$ cette fonction de dénotation d'un terme relativisé à une assignation $s$. (En plus bref, $\delta_s$ est la fonction telle que : $\delta_s(t) = \delta(t)$ si $t$ est une constante, et $\delta_s(t) = s(t)$ si $t$ est une variable.)

On a ensuite les règle sémantiques suivantes qui définissent récursivement pour toutes les formules la notion de *vérité dans un modèle M pour une assignation s*. On abrège $M_s \vDash \varphi$, pour φ est vrai dans $M$ pour l'assignation $s$.

- *Formules atomiques* : $M_s \vDash K^n t_1...t_n$ ssi $(\delta_s(t_1), ..., \delta_s(t_n)) \in \delta(K^n)$.
- *Formules d'identité :* $M_s \vDash t_1 = t_2$ ssi $\delta_s$ associe à $t_1$ et $t_2$ le même élément
- *Formules quantifiées* : $M_s \vDash \forall v\varphi$ ssi pour toute assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que quant à la valeur associée à $v$ alors $M_{s'} \vDash \varphi$.

  $M_s \vDash \exists v\varphi$ ssi il y a une assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que quant à la valeur associée à $v$ telle que $M_{s'} \vDash \varphi$.
- *Formules complexes* : $M_s \vDash \neg\varphi$ ssi ce n'est pas le cas que $M_s \vDash \varphi$.

  $M_s \vDash \varphi \;\&\; \psi$ ssi $M_s \vDash \varphi$ et $M_s \vDash \psi$

  $M_s \vDash \varphi \vee \psi$ ssi $M_s \vDash \varphi$ ou $M_s \vDash \psi$

$M_s \vDash \varphi \rightarrow \psi$ ssi $M_s \vDash \neg\varphi$ ou $M_s \vDash \psi$

$M_s \vDash \varphi \equiv \psi$ ssi $M_s \vDash \varphi \rightarrow \psi$ et $M_s \vDash \psi \rightarrow \varphi$

Cet ensemble de règles permet, pour un modèle et une assignation donnée, de déterminer la vérité de toute formule de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$.

On appellera cette théorie FOL (pour *first-order logic*).

### 2.1.3 Ontologie

Quel portrait du monde nous dresse FOL ? Un monde est un ensemble d'individus sur lequel le langage impose la structure suivante : chaque constante individuelle dénote un individu (l'individu que la constante nomme) ; une variable individuelle peut dénoter n'importe quel individu (il faut donc qu'une formule quantifiée universellement soit vraie de tous les individus, et qu'une formule quantifiée existentiellement soit vraie d'au moins un individu) ; chaque prédicat monadique dénote un ensemble d'individus (l'extension du prédicat, les individus qui le satisfont) ; chaque prédicat polyadique dénote un uplet d'individu (là encore, l'extension du prédicat).

Un modèle de FOL tel que je l'ai décrit est une structure dans laquelle on distingue deux éléments : un ensemble $\mathcal{D}$ et une fonction δ. A quoi cette sémantique engage-t-elle ontologiquement ? Il semble bien qu'elle engage au moins envers les éléments de $\mathcal{D}$ : ce sont eux en effet qui rendent vraies les formules atomiques du langage dans un modèle donné. Qu'en est-il de la fonction δ ?

Ce qui rend vraie la formule $Pa$ c'est le fait que $a$ dénote un individu qui appartient à l'ensemble dénoté par $P$. Ce qui rend vrai $\exists xPx$ c'est le fait que l'ensemble dénoté par $P$ contient au moins un individu. La fonction de dénotation intervient dans la vérifaction mais il me paraît raisonnable de défendre que cette fonction n'ajoute rien à l'ontologie ; elle relève du rapport du langage au monde, non pas de ce qu'il y a dans le monde.

Pour bien le comprendre on peut imaginer pour un même langage de FOL deux modèles qui ne diffèrent que par leur fonction de dénotation ; par exemple, prenons un langage $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ avec pour vocabulaire $\mathcal{V} = \{P^1, Q^1\ a, b\}$, et prenons pour ce langage les deux modèles $M = <\mathcal{D}, \delta>$ et $M' = <\mathcal{D}, \delta'>$ avec :

$\mathcal{D} = \{\blacksquare, \blacktriangle\}$

$\delta(a) = \delta'(a) = \blacksquare$

$\delta(b) = \delta'(b) = \blacktriangle$

$\delta(P) = \delta'(Q) = \{\blacksquare\}$

$\delta(Q) = \delta'(P) = \{\blacktriangle\}$

Demandons-nous si ces deux modèles présentent deux mondes différents ?

Il paraît naturel de se représenter les choses de la façon suivante : $M$ et $M'$ sont des mondes dans lesquels il y a un triangle et un carré et rien d'autre ; les modèles diffèrent seulement en ceci que dans le modèle $M$ le prédicat $P$ veut dire *être carré* et le prédicat $Q$ veut dire *être un triangle* tandis que dans $M'$ le prédicat $P$ veut dire *être un triangle* et le prédicat $Q$ veut dire *être carré*. Il semble que ces deux modèles présentent deux fois le même monde avec seulement deux interprétations différentes du langage. Si l'on ne change que la fonction de dénotation on ne change rien à ce qu'il y a dans le monde.

Ainsi FOL n'engage ontologiquement qu'envers le domaine $\mathcal{D}$, c'est-à-dire envers les individus ; la fonction δ ne fait que structurer ce domaine d'individus en associant à chaque élément du vocabulaire $\mathcal{V}$ soit un individu, soit un ensemble d'individus, soit un ensemble d'uplets d'individus (dans tous les cas, ce que δ associe à un élément du vocabulaire est construit seulement à partir de $\mathcal{D}$).

Jusque là, l'approche vérifactionnelle de l'engagement ontologique est en accord avec l'approche quinienne : $\mathcal{D}$ n'est rien d'autre que le domaine de quantification.

### 2.2. Sémantiques et ontologies de la logique du second ordre

#### 2.2.1. Langage

Ajoutons à notre langage des variables prédicats ($F^n$, $G^n$, ...). On distinguera donc dorénavant entre *termes prédicats* (qui peut être une constante ou une variable), *constante prédicat* et *variable prédicat*. Par *termes* sans précision on entend donc aussi bien termes individuels que termes prédicats. *Idem* pour *variable* et *constantes*.

Les règles de formation des formules pour ce nouveau langage sont les suivantes. Soit $\mathcal{V}$ un vocabulaire de constantes non-logiques, le langage $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ est l'ensemble de formule construit en suivant les règles suivantes :

- *Formules atomiques* : soit $K^n$ un terme prédicat $n$-adique et $t_1...t_n$ $n$ termes individuels, $K^n t_1...t_n$ est une formule.
- *Formule atomique d'identité* : soit deux termes α et β, (α = β) est une formule.
- *Formules quantifiées* : soit $v$ une variable et φ une formule alors $\forall v \varphi$ et $\exists v \varphi$ sont des formules.
- *Formules complexes* : soit φ et ψ des formules, alors $(\neg\varphi)$, $(\varphi \,\&\, \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ et $(\varphi \equiv \psi)$ sont des formules.
- *Et c'est tout*. Toute formule est construite par un nombre fini d'application des quatre règles précédentes.

Tout langage du second ordre avec identité contient notamment ces formules :

(LL) $\forall F(Fx \equiv Fy) \rightarrow x = y$

(COEXT) $\forall x(Fx \equiv Gx) \rightarrow F = G$

(LL) affirme que si deux individus ont exactement toutes les mêmes propriétés alors ils sont identiques. (COEXT) affirme que si deux propriétés sont exemplifiées par exactement les mêmes individus, alors elles sont identiques ; autrement dit, il n'y a pas deux propriétés distinctes coextensives.

Il y a différentes sémantiques acceptables pour ce langage. Les plus importantes du point de vue logique sont la sémantique standard (exposée en 2.2.5.) et la sémantique de Henkin (qu'on n'exposera pas ici) ; mais j'exposerai également deux autres sémantiques qui sont intéressantes d'un point de vue métaphysique. Ces sémantiques diffèrent notamment quant à la validité de (LL) et (COEXT). On verra qu'elle diffèrent également quant à leur engagement ontologique et leur pouvoir expressif.

### 2.2.2. Sémantique du premier type : la sémantique des universaux.

La première sémantique que l'on peut proposer repose sur une idée très simple : donner aux variables prédicats un domaine propre $\mathcal{U}$ (qui intuitivement correspond à un ensemble d'universaux réels), tout comme les variables individuelles ont leur domaine $\mathcal{D}$. Il faudra cependant ajouter une fonction qui associe à chaque membre de $\mathcal{U}$ son extension respective. Appelons cette théorie $SOL_1$.

Un modèle de $SOL_1$ pour le langage $\mathcal{L}_\mathcal{V}$ est une structure $M = <\mathcal{D}, \mathcal{U}, \delta, \varepsilon>$ où $\mathcal{D}$ est un ensemble non-vide, $\mathcal{U}$ est l'union d'une série d'ensemble $\mathcal{U}_1$, $\mathcal{U}_2$, …, $\mathcal{U}_n$ …, tels que pour tout prédicat $k$-adique de $\mathcal{V}$, l'ensemble $\mathcal{U}_k$ n'est pas vide ; enfin $\delta$ et $\varepsilon$ sont deux fonctions qui satisfont les conditions suivantes :

- à toute constante individuelle de $\mathcal{V}$, la fonction $\delta$ associe un membre de $\mathcal{D}$.
- à toute constante prédicat $n$-adique de $\mathcal{V}$, la fonction $\delta$ associe un membre de $\mathcal{U}_n$.
- à tout membre de $\mathcal{U}_n$, la fonction $\varepsilon$ associe un $n$-uplet de membres de $\mathcal{D}$.

Il faut donc bien distinguer dans cette sémantique entre les prédicats et ce qu'ils dénotent dans le modèle : les prédicats appartiennent au langage tandis ce qu'ils dénotent appartient au monde. Que dénotent-ils exactement ? L'idée d'universaux réels vient assez naturellement à l'esprit. Convenons donc d'appeler *universaux* ces entités que les prédicats dénotent. (On pourrait aussi bien les appeler *propriétés* et *relations* conçues comme des entités réelles par opposition aux prédicats du langage ; mais j'utiliserai les termes de *propriétés* et *relations* en d'autres occasions pour parler respectivement des prédicats monadiques et des prédicats d'adicité supérieure ; donc je préfère éviter d'utiliser ces termes ici et parler seulement d'universaux pour écarter toute confusion.)

On définit : une fonction $s$ est une assignation si pour toute variable individuelle $v$ on a $s(v) \in \mathcal{D}$ et pour toute variable prédicat $V^n$ on a : $s(V^n) \in \mathcal{U}_n$ si $\mathcal{U}_n$ n'est pas vide, sinon $s(V^n) = \emptyset$. On définit la fonction $\delta_s$ comme précédemment mais en ajoutant le cas des prédicats : si $t$ et $K^n$ sont des constantes alors $\delta_s(t) = \delta(t)$ et $\delta_s(K^n) = \delta(K^n)$ ; si $t$ et $K^n$ sont des variables alors $\delta_s(t) = s(t)$ et $\delta_s(K^n) = s(K^n)$.

Les règles sémantiques pour les formules atomiques seront les suivantes :

- $M_s \vDash K^n t_1 \dots t_n$ ssi $(\delta_s(t_1), \dots, \delta_s(t_n)) \in \varepsilon(\delta_s(K^n))$
- $M_s \vDash \alpha = \beta$ ssi $\delta_s$ associe à $\alpha$ et $\beta$ le même élément

Les autres règles sémantiques sont identiques à celles de la sémantique de 2.2..

(LL) et (COEXT) sont satisfaisables dans $SOL_1$ mais ce ne sont pas des formules valides (c'est-à-dire vraies dans tous les modèles pour toute assignation). En effet, prenons le langage $\mathcal{L}_\mathcal{V}$ avec $\mathcal{V} = \{P^1, Q^1\ a, b\}$, et prenons ce modèle $M = <\mathcal{D}, \mathcal{U}, \delta, \varepsilon>$ :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{D} = \{■, ▲\}$ | $\mathcal{U}_1 = \{$***Noir***, ***Figure***$\}$ | | |
| $\delta(a) = ■$ | $\delta(b) = ▲$ | $\delta(P) =$ ***Noir*** | $\delta(Q) =$ ***Figure*** |
| $\varepsilon($***Noir***$) = \{■, ▲\}$ | $\varepsilon($***Figure***$) = \{■, ▲\}$ | | |

On peut facilement constater que $\forall F\ Fa \equiv Fb$ et cependant $a \neq b$. Ainsi (LL) est faux dans ce modèle. De même on peut facilement constater qu'on a $\forall x(Px \equiv Qx)$ et cependant $P \neq Q$. Ainsi (COEXT) est également faux dans ce modèle.

Envers quoi $SOL_1$ engage-t-elle ontologiquement ? Tout au moins envers les entités des domaines $\mathcal{D}$ et $\mathcal{U}$ c'est-à-dire envers des individus *et des universaux*. Le statut de ε est plus ambigu. Il faut bien la distinguer de δ qui est une fonction de dénotation : une fonction de dénotation associe chaque éléments du vocabulaire à des éléments du monde ; elle relève de l'interprétation du langage. La fonction ε est d'un autre type : elle associe des éléments du monde (les universaux) à d'autres éléments du monde (les individus qui instancient ces universaux). Elle ne relève pas de l'interprétation du langage.

Comparons deux modèles identiques en tout sauf en ce qui concerne ε. Il faudra se demander si ces deux modèles présentent deux mondes différents.

Prenons un langage $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ avec $\mathcal{V} = \{P^1\}$, et ces deux modèles : $M = <\mathcal{D}, \mathcal{U}, \delta, \varepsilon>$ et $M' = <\mathcal{D}, \mathcal{U}, \delta, \varepsilon'>$ avec :

$\mathcal{D} = \{o\}$ $\qquad$ $\mathcal{U}_1 = \{\textbf{\textit{Rouge}}\}$

$\delta(P^1) = \textbf{\textit{Rouge}}$

$\varepsilon(\textbf{\textit{Rouge}}) = \{o\}$ $\qquad$ $\varepsilon'(\textbf{\textit{Rouge}}) = \{\}$

Comparons $M$ et $M'$. L'interprétation du langage est exactement la même dans les deux modèle (le prédicat $P$ dénote bien toujours le même universel ***Rouge***). Ce qui a changé, c'est que dans $M$ l'individu $o$ instancie cet universel *Rouge* tandis qu'il ne l'instancie pas dans $M'$; il semble donc que ce soit bien deux mondes différents qui sont représentés par ces deux modèles.

$SOL_1$ engagerait non seulement envers les individus et les universaux mais également envers l'existence d'une entité les associant, une relation d'instanciation par exemple. Noter qu'on n'arriverait pas à cette conclusion en suivant le critère quinien : l'engagement ne porterait que sur les domaines de quantification, c'est-à-dire $\mathcal{D}$ et $\mathcal{U}$, les individus et les universaux.

### 2.2.3. Sémantique du deuxième type : la sémantique substitutionnelle.

La deuxième sémantique que l'on peut proposer est simple : il s'agit d'interpréter la quantification sur les prédicats comme une quantification substitutionnelle. On appellera cette théorie $SOL_2$.

Cette interprétation substitutionnelle impose néanmoins certaines restrictions sur le langage : il faut écarter les formules où les variables prédicats sont libres. On modifie donc les règles de formation des formules atomiques de la façon suivante :

- *Formules atomiques* : soit $K^n$ une <u>constante</u> prédicat $n$-adique et $t_1 \dots t_n$ $n$ termes individuels, $K^n t_1 \dots t_n$ est une formule.

Les autres règles de formations sont les mêmes que celles exposées en 2.2.1 Le langage qu'on obtient reste bien un langage du second ordre : on peut quantifier existentiellement et universellement sur les prédicats.

Noter que (COEXT) n'est pas une formule de ce langage modifié (car elle présente des variables prédicats non liée) mais on peut la reformuler ainsi :

(COEXT*) $\qquad \forall F \forall G (\forall x (Fx \equiv Gx) \rightarrow F = G)$

Un modèle de $SOL_2$ pour ce langage est une structure $M = <\mathcal{D}, \delta>$ où $\mathcal{D}$ et $\delta$ satisfont les mêmes conditions que dans la sémantique de FOL. On reprend aussi exactement les même règles sémantiques pour l'évaluation des formules, sauf celle pour l'identité qu'on va formuler pour qu'elle s'applique aussi à l'identité entre prédicats :

- $M_s \vDash \alpha = \beta$ ssi $\delta_s$ associe à $\alpha$ et $\beta$ le même élément.

Enfin on ajoute deux règles pour permettre l'évaluation des formules où l'on quantifie sur les variables prédicats :

- $M_s \vDash \forall F^n \varphi$ ssi pour tout prédicat $K^n$ de $\mathcal{V}$ on a : $M_s \vDash \varphi(K^n/F^n)$
- $M_s \vDash \exists F^n \varphi$ ssi pour au moins un prédicat $K^n$ de $\mathcal{V}$ on a : $M_s \vDash \varphi(K^n/F^n)$

(La formule $\varphi(\beta/\alpha)$ est le résultat de la substitution de toute occurrence de $\alpha$ dans $\varphi$ par une occurrence de $\beta$.)

Toutes les formules de notre langage du second ordre restreint sont maintenant interprétées.

L'avantage de l'interprétation substitutionnelle de la quantification, c'est qu'on n'a pas besoin d'attribuer une dénotation aux variables ainsi interprétée ; elles ne dénotent rien, il n'y a donc pas lieu de construire un domaine pour elles. Une formule $\forall F\varphi$ signifie seulement qu'en substituant une constante prédicat $K$ à $F$ dans $\varphi$ on obtient à chaque fois une formule vraie. La vérifaction de la formule $\varphi(K/F)$ n'étant pas plus coûteuse ontologiquement que celle d'une formule du premier ordre, cette approche sémantique n'engage ontologiquement pas plus que la logique du premier ordre, autrement dit elle n'engage qu'envers les individus.

Etudions un modèle particulier de $SOL_2$. Soit un langage $\mathcal{L}_\mathcal{V}$ avec $\mathcal{V} = \{a, b, P^1, Q^1\}$ et un modèle $M = \{\mathcal{D}, \delta\}$ avec :

$\mathcal{D} = \{■, ▲\}$

$\delta(a) = ■$ $\delta(b) = ▲$ $\delta(P) = \{■, ▲\}$ $\delta(Q) = \{■, ▲\}$

Ce modèle correspond au modèle étudié en 2.2.2., avec les universaux en moins. On peut voir que (LL) est toujours fausse dans ce modèle :

(LL) $\forall F(Fx \equiv Fy) \rightarrow x = y$

L'antécédent est vrai si l'on assigne à $x$ et $y$ les valeurs $a$ et $b$. Prenez $Fa \equiv Fb$ et substituez à $F$ chaque prédicat monadique de $\mathcal{V}$, vous obtiendrez bien à chaque fois une formule vraie. Cependant le conséquent est faux pour la même assignation : $a \neq b$ puisque $\delta$ associe à $a$ et à $b$ deux individus différents.

La formule (COEXT*) par contre est bien valide dans $SOL_2$. En effet, les règles sémantiques prescrivent que deux prédicats sont identiques ssi ils dénotent la même chose ; en l'occurrence, les prédicats dénotent leur extension ; deux prédicats sont donc identiques ssi ils sont coextensifs. (Dans la première sémantique, l'universel est un intermédiaire entre le prédicat et son extension ; deux prédicats distincts peuvent être coextensifs en dénotant deux universaux distincts instanciés par les mêmes individus. Dans cette deuxième sémantique, le prédicat dénote directement son extension et donc deux prédicats coextensifs seront identiques.)

L'identité des prédicats coextensifs est une conséquence assez naturelle du fait que cette sémantique n'engage ontologiquement qu'envers des individus.

### 2.2.4. Parenthèse sur la quantification substitutionnelle

Qu'est-ce qui motive le choix d'une interprétation substitutionnelle ou objectuelle pour un type de variable ? Par exemple, pourquoi ne pas interpréter aussi les variables individuelles de façon substitutionnelle ? Outre les limitations que cela imposerait au langage (ne plus contenir de formule ouverte), il me semble que ce n'est pas satisfaisant du point de vue ontologique.

Tout d'abord, il faut noter qu'il ne semble pas qu'on ferait une économie ontologique en procédant de cette façon ; avec une interprétation substitutionnelle pour les variables individuelles, la sémantique d'un langage du premier ordre définirait un modèle de la même façon comme une structure avec un domaine $\mathcal{D}$ et une fonction de dénotation $\delta$ ; donc on sera tout de même engagé envers des individus. Mais là où surtout l'interprétation substitutionnelle me paraît insatisfaisante, c'est pour traiter le cas d'individus auquel aucune constante individuelle ne dénote.

Prenons un exemple pour mieux comprendre. Soit deux langages $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ et $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ avec $\mathcal{V}_1 = \{a, P^1, Q^1\}$ et $\mathcal{V}_2 = \{a, b, P^1, Q^1\}$. On a le modèle $M = \{\mathcal{D}, \delta\}$ :

$\mathcal{D} = \{■, ▲\}$

$\delta(a) = ■ \qquad \delta(b) = ▲ \qquad \delta(P) = \{■\} \qquad \delta(Q) = \{▲\}$

$M$ est un modèle aussi bien de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ que de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$. La formule $\exists xQx$ de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ est fausse dans $M$ selon l'interprétation substitutionnelle. La formule $\exists xQx$ de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ par contre est vraie dans $M$ selon l'interprétation substitutionnelle. C'est la même formule et le même modèle, mais selon qu'on l'envisage comme une formule de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ ou comme une formule de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ sa valeur de vérité est différente. Cela met en valeur le fait que l'on ne quantifie pas sur des objets du monde, on quantifie en fait sur des objets du langage.

Pour les variables individuelles, cela me paraît constituer un problème : je veux quantifier sur ce qu'il y a dans le monde, pas sur les noms propres de mon langage. Noter qu'il n'en va pas de même si l'on suit l'interprétation objectuelle standard : $\exists xQx$ sera vraie aussi bien comme formule de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ que de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$. C'est pourquoi je pense qu'il faut préférer cette interprétation.

On a le même genre de phénomène pour la quantification sur les propriétés interprétée substitutionnellement (comme on l'a présenté en 2.2.3.). Soit deux langages $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ et $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ avec $\mathcal{V}_1 = \{a\}$ et $\mathcal{V}_2 = \{a, P^1\}$. Examinons le modèle $M = \{\mathcal{D}, \delta\}$ tel que :

$\mathcal{D} = \{▲\}$

$\delta(a) = ▲ \qquad \delta(P) = \{▲\}$

$M$ est un modèle aussi bien de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ que de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$. La formule $\exists F\, Fa$ de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ est fausse dans $M$ (plus encore, on a la formule $\neg\exists F\, Fa$ de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}1}$ qui est vraie dans $M$). Tandis que la même formule $\exists F\, Fa$ de $\mathcal{L}_{\mathcal{V}2}$ est vraie dans le même modèle $M$. En quantifiant sur les variables prédicats, on ne quantifie pas sur des objets du monde, on quantifie en fait sur des objets du langage.

Mais ce qui me paraît inacceptable pour les variables individuelles me paraît l'être davantage pour les prédicats. En effet, ce résultat est acceptable si l'on tient à ce que la logique soit neutre au sujet de la réalité des universaux. (Si l'on soutient au contraire la réalité des universaux et si l'on tient à ce que la logique du second ordre le reflète, alors il faut préférer une sémantique du type de $SOL_1$ avec un domaine propre d'entités dénotées par les prédicats.)

Choisir entre telle ou telle interprétation sémantique dépend *in fine* d'un choix ontologique. Choisir la quantification objectuelle pour les variables individuelles me paraît être un réquisit réaliste : on quantifie sur des objets du monde, pas sur des éléments du langage. L'interprétation substitutionnelle pour les variables prédicats paraît adéquate si l'on ne souhaite pas s'engager sur la réalité des universaux ou si l'on souhaite s'engager contre ; au contraire, un réaliste à l'égard des universaux devrait accepter une sémantique où des entités formant un domaine propre sont dénotées par les prédicats.

### 2.2.5. Sémantique du troisième type : la sémantique standard

Cette dernière sémantique est la plus puissante. L'idée générale est d'associer à chaque variable prédicat *n*-adique n'importe quelle partie de l'ensemble des *n*-uplets d'individus. On appellera cette théorie $SOL_3$.

On part d'un langage du second ordre tel que définis en 2.2.1. (donc avec des variables prédicats libres). On définit un modèle de $SOL_3$ pour ce langage comme une structure $M = <\mathcal{D}, \delta>$ où $\mathcal{D}$ et $\delta$ satisfont les mêmes conditions que pour un modèle du premier ordre. Les règles sémantiques de ce modèle seront aussi globalement les mêmes. C'est au niveau de la définition de ce qu'est une assignation que les choses se jouent.

Une fonction $s$ est une assignation si pour toute variable individuelle $v$ et pour toute variable prédicat *n*-adique $V^n$ on a : $s(v) \in \mathcal{D}$ et $s(V^n) \subseteq \mathcal{D}^n$. On définit ensuite la dénotation d'un terme $t$ en général (individuel ou prédicat, constante ou variable) relativisée à une assignation $s$. C'est comme d'habitude la fonction $\delta_s$ telle que si $t$ est une constante (individuelle ou prédicat) alors $\delta_s(t) = \delta(t)$ et si $v$ est une variable (individuelle ou prédicat) alors $\delta_s(t) = s(t)$.

Le parcours de valeur de la variable $F^n$, c'est l'ensemble des sous-ensembles de $\mathcal{D}^n$, autrement dit c'est l'ensemble qu'on note : $\mathfrak{P}(\mathcal{D}^n)$.

On peut maintenant reprendre les règles sémantiques de la sémantique de la logique premier ordre en modifiant seulement celles-ci :

- *Formules atomiques d'identité :* $M_s \vDash \alpha = \beta$ ssi $\delta_s$ associe à $\alpha$ et $\beta$ le même élément.
- *Formules quantifiées* :

  $M_s \vDash \forall v\, \varphi$ (où $v$ est une variable individuelle <u>ou prédicat</u>) ssi pour toute assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que quant à la valeur associée à $v$ alors $M_{s'} \vDash \varphi$.

  $M_s \vDash \exists v\, \varphi$ (où $v$ est une variable individuelle <u>ou prédicat</u>) ssi il y a une assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que quant à la valeur associée à $v$ telle que $M_{s'} \vDash \varphi$.

Selon $SOL_3$, pour n'importe quel ensemble d'individus il y a un prédicat monadique dont cet ensemble d'individu est l'extension. (*Idem* pour les prédicats d'adicité supérieure : pour n'importe quel ensemble de couples d'individus, il y a un prédicat dyadique dont cet ensemble est l'extension. Etc.) Cela est vrai même si le langage n'offre aucun moyen d'exprimer cette extension.

Prenons l'exemple d'un langage $\mathcal{L}_{\mathcal{V}}$ avec $\mathcal{V} = \{a, P\}$ et un modèle $M = \{\mathcal{D}, \delta\}$ :

$\mathcal{D} = \{■, ▲, ●\}$

$\delta(a) = ■$

$\delta(P) = \{■, ▲, ●\}$

L'ensemble dans lequel la variable $F$ prend ses valeurs est l'ensemble des parties de $\mathcal{D}$, c'est-à-dire : {{■, ▲, ●}, {■, ▲}, {■, ●}, {▲, ●}, {■}, {▲}, {●}, ∅}. Pour certaines de ces extensions, il est impossible d'exprimer une condition dans ce langage qui ne soit satisfaite que par les membres de ces extensions. (Essayez par exemple d'écrire une formule ouverte qui ne soit satisfaite que par les membres de {■, ●} ou de {●} ; il n'y en a aucune, cette condition est impossible à exprimer par les moyens de ce langage, et pourtant il y a bien des assignations qui associent à la variable $F$ ces extensions.)

Une conséquence de cette sémantique c'est que (LL) est une formule valide. On peut facilement démontrer sa contraposée : si $x \neq y$, il y aura forcément une propriété dont $x$ est exactement l'extension et qui donc n'appartient pas à $y$, et ainsi il sera faux que toute propriété de $x$ est aussi une propriété de $y$.

On peut noter que (COEXT) est valide pour les mêmes raisons que précédemment dans la sémantique de $SOL_2$ : parce que les prédicats dénotent directement leur extension.

A quoi $SOL_3$ engage-t-elle ontologiquement ? Du fait que les variables prédicats ont un domaine de quantification, sommes-nous engagés envers les entités de ce domaine ? Celles-ci sont des ensembles d'individus ou des ensembles d'uplets d'individus (les uplets n'étant que des constructions ensemblistes plus complexes). Sommes-nous alors engagés envers l'existence de ces ensembles ?

Selon notre critère vérifactionnel, nous ne sommes engagé qu'envers ce qui rend vrai que ces ensembles existent. Qu'est-ce qui rend vrai que l'ensemble $\{X, Y, \ldots\}$ existe ? Il me paraît raisonnable de soutenir que ce n'est rien de plus que l'existence des $X$, $Y$, …. Or, tous les ensembles que dénotent les variables prédicats de notre langage sont des constructions à partir seulement des individus ; on n'est donc encore une fois engagé ontologiquement qu'envers ces individus.

Pour le dire d'une autre façon, il est clair qu'une fois donné l'ensemble $\mathcal{D}$, les domaines de quantification des variables prédicats sont également donnés : ce seront les ensembles $\mathfrak{P}(\mathcal{D})$, $\mathfrak{P}(\mathcal{D}^2)$, …, $\mathfrak{P}(\mathcal{D}^n)$, …. C'est pourquoi un modèle de $SOL_3$ peut se présenter comme étant simplement une structure de forme $M = \langle \mathcal{D}, \delta \rangle$.

Il faut noter qu'on présente souvent cette sémantique avec des modèles de forme $M = \langle \mathcal{D}, \mathcal{R}, \delta \rangle$ où $\mathcal{R}$ est l'union d'ensembles $\mathcal{R}_1$, …, $\mathcal{R}_n$, …, où chaque $\mathcal{R}_n$ est défini comme l'ensemble des parties des $n$-uplets de membres de $\mathcal{D}$ ; cette présentation est plus claire en ce qu'elle met bien en valeur le fait que chaque variable prédicat $n$-adique à un domaine de quantification ; mais ce domaine est au final construit seulement à partir de membres de $\mathcal{D}$. Ma présentation de la sémantique revient strictement au même. Les domaines $\mathcal{R}_1$, … $\mathcal{R}_n$, …, sont bien des domaines de quantifications mais ce ne sont pas des domaines *de base* de la sémantique dans la mesure où ils peuvent être construits à partir des éléments d'un autre domaine sémantique.

On peut remarquer que, selon cette approche, une formule qui ne contient aucune constante (seulement des variables individuelles et des variables prédicats), est telle que : ou bien cette formule ou sa négation est valide (et dans ce cas elle n'informe en rien sur ce qu'il y a dans le monde), ou bien la vérité de cette formule dans un modèle dépend seulement de la cardinalité de l'ensemble des individus. Par exemple ce qui rend vraie la formule $\exists F \exists G(F \neq G \,\&\, \exists x\, Fx \,\&\, \exists y\, Gy))$, c'est simplement le fait que l'ensemble des parties de $\mathcal{D}$ compte au moins deux membres non-vides ; autrement dit c'est le fait qu'il y a plus d'un individu. Il semble ainsi qu'en quantifiant sur les prédicats on quantifie en fait d'une façon indirecte sur les individus.

Ce qu'on peut reprocher à $SOL_3$, ce n'est donc pas son engagement ontologique (il semble que ce soit le même que celui de la logique du premier ordre), c'est plutôt de ne pas avoir le pouvoir expressif qu'on attendait en introduisant des variables pour les prédicats. En effet, ou bien on estime qu'en quantifiant sur les prédicats on quantifie sur quelque chose qui dépend du langage, ou bien on estime qu'on quantifie sur les entités que dénotent les prédicats du langage (par exemple des universaux réels). Or, cette sémantique ne représente correctement aucune de ces deux interprétations. La variable $F$ selon cette sémantique ne permet pas de quantifier sur les prédicats du langage (son parcours de valeur ne dépend absolument pas du langage, cela dépend seulement du domaine $\mathcal{D}$) ; cette sémantique ne permet pas non plus de représenter de façon correcte une quantification sur des universaux (à moins de tenir pour vrai *a priori* que pour tout ensemble d'individu il y a un universel dont cet ensemble est l'extension, mais cela paraît bien difficile à accepter) ; la variable $F$ permet seulement de quantifier sur l'ensemble des parties du domaine d'individu.

Il semble donc que cette sémantique, qui est la sémantique standard de la logique du second ordre, manque de pertinence d'un point de vue métaphysique ; son pouvoir expressif est très important mais elle ne semble pas représenter de façon adéquate un usage des variables prédicats qui intéresse le métaphysicien.

### 2.2.6. Conclusion

On a vu trois types de sémantique pour la logique du second ordre.

$SOL_1$ engage ontologiquement envers l'existence d'individus, d'universaux et d'une relation d'instanciation ; ses modèles sont de formes $M = <\mathcal{D}, \mathcal{U}, \delta, \varepsilon>$ où $\mathcal{D}$ et $\mathcal{U}$ sont des domaines de base, δ une fonction de dénotation (qui associe les éléments du vocabulaire à des éléments des domaines de bases) et ε une relation d'instanciation.

Avec $SOL_2$, la quantification sur les prédicats est interprétée substitutionnellement, et elle engage seulement envers l'existence d'individu tout comme la logique du premier ordre ; ses modèles sont de formes $M = <\mathcal{D}, \delta>$ où $\mathcal{D}$ est un domaine de base et δ une fonction de dénotation.

Dans $SOL_3$, le domaine de quantification des variables prédicats est construit à partir du domaine des individus. Ses modèles sont de forme $M = <\mathcal{D}, \delta>$ comme pour la précédent sémantique, ou bien $M = <\mathcal{D}, \mathcal{R}, \delta>$ où $\mathcal{R}$ est un domaine construit à partir de $\mathcal{D}$. Cette sémantique n'engage ontologiquement elle aussi qu'envers des individus ; mais on a vu que son pouvoir expressif ne semblait pas adéquat.

On pourrait formuler l'hypothèse suivante sur l'engagement ontologique d'une sémantique formelle en général. Si les modèles de cette sémantique sont de forme $M = <X, Y, \ldots>$, les *X, Y, …* étant soit des ensembles soit des fonctions, cette sémantique engage ontologiquement envers les domaines de base (c'est-à-dire les ensembles du modèle qui ne peuvent pas être construits à partir d'un autre ensemble du modèle) ainsi qu'envers les fonction autres que celle de dénotation (une fonction de dénotation étant définie comme une fonction qui associe à des éléments du vocabulaire des éléments du modèle).

Peter Simons 1997 à propos de l'engagement ontologique de la quantification d'ordre supérieur arrive à cette conclusion :

> « Dans tout ceci, une règle cardinale s'applique : les engagements ontologiques d'une expression quantifiée sont du même type général que ceux de ses instances. Une expression quantifiée particulière $\exists\alpha\ \varphi(\alpha)$ n'engage à rien de plus que ce à quoi engage n'importe laquelle de ses instances pour être vraie si elle est vraie. » Simons 1997 p.267.

Concernant les sémantiques développées ici cette conclusion se révèle exacte. Mais on pourrait fort bien imaginer une sémantique alternative pour laquelle cette conclusion serait fausse : prenez la sémantique des universaux que nous avons développée mais au lieu d'associer aux constantes prédicats des universaux associez-leur directement des extensions (tandis qu'une assignation continue d'associer aux variables prédicats des universaux). La formule $Pa$ n'engage alors à rien d'autres qu'à des individus, tout comme une formule du premier ordre, tandis que la formule $\exists F\ Fa$ engagera aussi à des universaux (puisque la variable $F$ dénotera un universel). Mais on pourrait reprocher à cette sémantique de manquer de pertinence : comment se fait-il que les constantes prédicats dénotent des éléments tirées d'un certain ensemble, tandis que les variables prédicats dénotent des éléments tirés d'un autre ensemble. Cela semble incohérent avec l'idée même de ce que doit accomplir une variable.

Aussi il semble que la conclusion de Simons soit liée à une exigence quant à la pertinence de la sémantique. On pourrait exprimer cette exigence de la façon suivante : si une variable α est traitée objectuellement, alors le domaine de quantification doit correspondre à l'ensemble dont chaque élément est susceptible d'être la dénotation d'une constante du type correspondant. On peut observer que c'est bien ce qui se passe dans les deux sémantiques présentées qui traitent objectuellement la quantification sur les prédicats : $SOL_1$ et $SOL_3$.

Etant donnée cette exigence satisfaite, alors la règle de Simons semble bien devoir s'appliquer : l'engagement ontologique d'une formule quantifiée n'est pas plus fort que l'engagement ontologique de n'importe laquelle de ses instances.

## 3. L'engagement ontologique dans le débat sur l'actualisme modal

J'appellerai *actualisme modal* ce que l'on appelle couramment *actualisme*, afin de le distinguer de l'*actualisme meinongien*. Comme je l'ai expliqué en introduction, une théorie satisfait à l'exigence actualiste si elle n'engage ontologiquement qu'envers des entités actuellement existantes. L'actualisme modal consiste à appliquer cette exigence aux théories modales, en particulier à la logique modale quantifiée. L'actualisme meinongien consistera à appliquer cette exigence aux théories meinongiennes.

S'il n'existe pas encore d'actualisme meinongien, il y a par contre un grand nombre de théories actualistes modales. On va voir qu'une approche importante de l'actualisme modal (l'approche que Lewis qualifie d'*ersatziste* et Van Inwagen d'*abstractionniste*) semble faire fond sur une compréhension de l'engagement ontologique assez similaire à celui que j'essaye ici de défendre.

### 3.1. La logique modale quantifiée la plus simple

#### 3.1.1. Langage et sémantique

Le langage de la logique modale quantifiée est simplement un langage du premier ordre auquel on rajoute les opérateurs $\Box$ et $\Diamond$ (pour *nécessaire* et *possible*) avec la règle de formation suivante :

- Si $\varphi$ est une formule, alors $\Box\varphi$ et $\Diamond\varphi$ sont des formules.

Je vais commencer par présenter la sémantique la plus simple pour ce langage. Appelons cette théorie SQML. Soit un langage de logique modale quantifiée $\mathcal{L}_\mathcal{V}$, un modèle de SQML pour $\mathcal{L}_\mathcal{V}$ est une structure $M = <\mathcal{D}, \mathcal{W}, @, \delta>$ où $\mathcal{D}$ est un ensemble non-vide, $\mathcal{W}$ un ensemble dont @ est un membre ($\mathcal{W}$ correspond intuitivement à l'ensemble des mondes possibles dont le monde actuel @ est un membre), et $\delta$ une fonction de dénotation qui satisfait ces deux conditions :

- à toute constante individuelle, la fonction $\delta$ associe un membre de $\mathcal{D}$
- à tout prédicat $n$-adique, la fonction $\delta$ associe une fonction $f$ telle que pour tout $w \in \mathcal{W}$ on a $f(w) \subseteq \mathcal{D}^n$.

Autrement dit, la dénotation d'un prédicat n'est plus une extension, mais c'est une fonction qui associe à chaque monde possible une extension.

On notera $\delta_w(K^n)$ pour l'extension de $K^n$ dans le monde $w$.

La définition d'une assignation $s$ est la même que pour la logique du premier ordre.

On note : $M_{w,s} \vDash \varphi$ pour $\varphi$ est vrai dans le modèle $M$ dans le monde $w$ pour l'assignation $s$.

Les règles sémantiques sont ensuite similaires à celles de la logique du premier ordre à ceci près qu'on relativise toujours à un monde. Ainsi :

- *Formules atomiques.* $M_{w,s} \vDash K^n t_1 \ldots t_n$ ssi $(\delta_s(t_1), \ldots, \delta_s(t_n)) \in \delta_w(K^n)$

Les autres règles pour l'identité, les connecteurs et les quantificateurs sont similaires. On ajoute enfin ces deux règles pour les opérateurs modaux :

- *Formules modales.* $M_{w,s} \vDash \Box\varphi$ ssi dans tout monde $w'$: $M_{w',s} \vDash \varphi$

$M_{w,s} \vDash \Diamond\varphi$ ssi dans au moins un monde $w'$: $M_{w',s} \vDash \varphi$

On définit la vérité *tout court* pour une assignation $s$ comme la vérité pour l'assignation $s$ dans le monde actuel :

$$M_s \vDash \varphi \text{ ssi } M_{@,s} \vDash \varphi$$

On définit ensuite la validité de la façon standard : une formule valide ssi elle est vraie dans tous les modèles pour toute assignation.

### 3.1.2. Problèmes avec SQML

Du point de vue quinien, à quoi engage ontologiquement SQML ? Les seules variables du langage sont des variables individuelles, donc il semble que cette logique n'engage qu'à l'existence d'individus.

Les problèmes que posent cette sémantique tiennent à la validité de certaines formules qui semblent heurter le sens commun, en particulier les deux suivantes :

(BF) $\Diamond\exists x\varphi \rightarrow \exists x\Diamond\varphi$

(NE) $\forall x\Box\exists y(y = x)$

La formule (NE) heurte le sens commun en ceci qu'elle nie qu'il existe actuellement des choses qui pourrait ne pas exister. Autrement dit, il n'y a pas d'individu contingent.

Le problème avec (BF) est plus subtil. Supposez qu'il y ait propriété qu'aucun individu de notre monde n'ait la possibilité d'exemplifier ; appelons cette propriété $P$. Il paraît raisonnable d'admettre comme possible que quelque chose soit $P$ même si rien ne l'est actuellement ni ne peut l'être[1]. Maintenant supposez que φ dans (BF) signifie *x est un P*. La formule (BF) affirme donc que, s'il est possible que quelque chose soit un $P$, alors il existe actuellement une chose qui pourrait être un $P$ ; ce conséquent est faux d'après notre définition de la propriété $P$. Donc (BF) semble interdire la possibilité qu'il y ait une telle propriété.

(BF) pose un problème particulier à l'actualiste pour la raison suivante : un actualiste voudrait pouvoir affirmer qu'il est possible qu'il existe des choses telles que φ sans être engagé envers l'existence de ces *possibilia*. Par exemple un actualiste voudrait affirmer qu'il est possible qu'il existe des licornes, sans être engagé envers l'existence actuelle de licornes possibles. Or précisément (BF) affirme que s'il est possible qu'il existe une licorne alors il existe actuellement une chose qui est une licorne possible. Si l'on interprète l'engagement ontologique en terme quinien, cela revient à dire qu'on est engagé envers l'existence de ces licornes possibles.

Le problème plus général de SQML, c'est que le domaine d'individus est constant : les mêmes individus "existent" dans tous les mondes possibles. Cela simplifie la logique mais cela ne semble pas représenter adéquatement nos intuitions modales.

[1] La propriété $P$ telle qu'elle est ici définie diffère de la propriété *alien* telle qu'elle est définie par Lewis. Rien n'oblige $P$ à être absolument inconcevable. Il suffit qu'aucun des objets de notre monde ne puisse l'exemplifier. Par exemple, être une licorne pourrait être la propriété $P$ : il suffit que chaque objet actuellement existant ne puisse pas être une licorne dans un autre monde. Supposez qu'on soutienne qu'un individu appartient nécessairement à son espèce naturelle : toute espèce naturelle non instanciée actuellement constituerait dès lors un exemple de propriété $P$.

### 3.2. La solution de Kripke.

#### 3.2.1. Sémantique

L'idée centrale de la solution de Kripke consiste à associer à chaque monde possible un domaine propre d'individus. On appellera cette théorie KML.

Un modèle de KML est une structure $M = <\mathcal{D}, \mathcal{W}, @, dom, \delta>$. Les trois premiers éléments de cette structure sont définis comme précédemment. Les deux derniers sont des fonctions qui satisfont les conditions suivantes :

- pour tout membre $w$ de $\mathcal{W}$ : $dom(w) \subseteq \mathcal{D}$
- à toute constante individuelle, la fonction δ associe un membre de $\mathcal{D}$.
- à tout prédicat $n$-adique, la fonction δ associe une fonction $f$ telle que pour tout $w \in \mathcal{W}$ on a $f(w) \subseteq dom(w)^n$.

Autrement dit, $\mathcal{D}$ est l'ensemble de tous les individus possibles ; la fonction *dom* associe à chaque monde un ensemble d'individus qui correspondent intuitivement aux individus qui existent dans ce monde ; l'extension d'un prédicat est relativisé au domaine de chaque monde.

On note encore $\delta_w(K^n)$ pour l'extension du prédicat $K^n$ dans le monde $w$ (mais cette extension n'est pas un sous ensemble de $\mathcal{D}^n$ comme c'était le cas avec SQML, c'est maintenant un sous ensemble de $dom(w)^n$).

Une assignation doit être également relativisée à un monde. Une fonction $s$ est une assignation si elle associe à tout monde $w$ une fonction $s_w$ telle que $s_w(v) \in dom(w)$. (La fonction $s$ n'est plus tout à fait une fonction d'assignation ; c'est plutôt une fonction qui associe à chaque monde $w$ une fonction d'assignation propre notée $s_w$.)

On définit la dénotation d'un terme $t$ en général comme étant la fonction $\delta_{sw}$ telle que $\delta_{sw}(t) = \delta(t)$ si $t$ est une constante et $\delta_{sw}(t) = s_w(t)$ si $t$ est une variable.

On a ensuite cette règle sémantique pour les formules atomiques :

- *Formules atomiques.* $M_{w,s} \vDash K^n t_1 \ldots t_n$ ssi $(\delta_{sw}(t_1), \ldots, \delta_{sw}(t_n)) \in \delta_w(K^n)$

Les règles sémantiques pour l'identité, les connecteurs et les opérateurs modaux sont identiques à celles de SQML. Pour la quantification on a ces règles :

- $M_{w,s} \vDash \forall v \varphi$ ssi pour toute assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que par la valeur de $s'_w(v)$, alors $M_{w,s'} \vDash \varphi$.
- $M_{w,s} \vDash \exists v \varphi$ ssi il y a une assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que par la valeur de $s'_w(v)$ telle que $M_{w,s'} \vDash \varphi$.

Autrement dit, le domaine de quantification pertinent pour évaluer une formule quantifiée dans un monde donné, c'est précisément le sous-ensemble de $\mathcal{D}$ que la fonction *dom* associe à ce monde.

On définit comme précédemment la vérité *tout court* pour une assignation $s$ comme la vérité dans @ pour l'assignation $s$ ; et on définit la validité comme la vérité dans tous les modèles pour toute assignation.

#### 3.2.2. KML est-elle un actualisme ?

Ni (NE) ni (BF) ne sont valides dans KML, et si l'on s'en tient à l'engagement ontologique compris en des termes quiniens, on peut tenir cette sémantique pour parfaitement actualiste. Certes, si l'on quantifie derrière un opérateur modal, comme par exemple dans l'antécédent de (BF) $\Diamond\exists x\varphi$, la variable $x$ est susceptible de prendre pour valeur n'importe quel individu existant dans n'importe quel monde possible, mais la vérité de cette formule modale n'engage pas envers ces différents domaines d'individus possibles puisque de $\Diamond\exists x\varphi$ on ne peut plus tirer $\exists x \Diamond\varphi$. Le parcours de valeur d'une variable dans une formule ouverte ou dans une formule de forme $\exists x\varphi$ ou $\forall x\varphi$, ce n'est pas le domaine $\mathcal{D}$ de tous les individus possibles, mais seulement le domaine *dom*(@), autrement dit c'est l'ensemble des individus actuellement existants. Ainsi, au sens quinien le plus rigoureux, KML n'engage ontologiquement qu'envers des objets actuels.

Cette sémantique n'a pourtant pas convaincu de nombreux actualistes qui reprochent à KML d'engager ontologiquement envers des objets seulement possibles et des mondes possibles. Pour quelle raison ? Ce n'est pas toujours clair mais il semble souvent que cela ressorte d'une compréhension de l'engagement ontologique non pas quinienne mais vérifactionnelle. L'article *Actualism* de la *SEP* par Christopher Menzel contient un passage assez caractéristique à ce sujet :

> « En dépit de l'invalidité et de l'improuvabilité des principes irrecevables d'un point de vue actualiste (BF), (NE) et (CBF), le système de Kripke ne semble pas avoir échappé à l'engagement ontologique envers les *possibilia*. Une théorie des modèles fournit une *sémantique* pour un langage – laquelle rend compte de la façon dont la valeur de vérité d'une phrase donnée du langage est déterminée dans un modèle par la signification de ses composants jouant un rôle sémantique, notamment la signification de ses noms, prédicats et quantificateurs. Certes, la vérité-dans-un-modèle n'est pas la vérité *tout court*. Cependant, la vérité *tout court* est généralement comprise simplement en terme de vérité dans un modèle *visé* [*intended* model], un modèle comprenant ces choses même auxquelles on comprend intuitivement que le langage "s'applique". Donc, si nous devons prendre les modèles de Kripke au sérieux comme rendant compte de la vérité des langages modaux, alors nous devons identifier les modèles visés par ces langages. Il semble que l'on ait peu d'options sinon d'entendre le discours de Kripke au sujet des mondes possibles de façon littérale : l'ensemble $\mathcal{W}$ dans un modèle de Kripke visé est l'ensemble de tous les mondes possibles. Si tel est le cas, cependant, il apparaît que Kripke est engagé envers les *possibilia*. En effet, supposez que les opérateurs modaux, correctement interprétés, sont littéralement des quantificateurs sur les mondes possibles. (…) Ainsi, en recourant à la sémantique de Kripke pour rendre compte de la vérité [d'un langage modal], nous nous retrouvons à quantifier directement sur des mondes possibles et de purs *possibilia* (cf. Williamson 2000, 206-7). Que (BF), (NE) et (CBF) soient improuvable dans le système de Kripke est, semble-t-il, métaphysiquement sans pertinence. Il apparaît en effet que, quoi qu'il en soit, la sémantique elle-même est entièrement engagée au possibilisme. »

Il y a deux étapes dans l'argumentation de Menzel :

1) L'engagement ontologique de la logique modale doit être compris à partir de l'engagement ontologiquement de sa sémantique, car la sémantique rend compte de la vérifaction des formules de la logique.

2) La sémantique de Kripke engage ontologiquement envers les mondes possibles, car dans cette sémantique on quantifie sur des mondes possibles.

Si la deuxième étape du raisonnement se fonde encore sur le critère quinien de la quantification, la première étape par contre semble reposer sur une compréhension vérifactionnelle de l'engagement ontologique. Un pur quinien en effet n'a aucune raison de suivre Menzel dans cette première étape : l'engagement ontologique de la logique modale ne devrait être compris qu'à partir de l'analyse de la quantification dans les formules du langage lui-même. La quantification telle qu'elle est employée dans la sémantique est sans pertinence. Si l'actualiste n'est pas satisfait avec cette approche, c'est bien qu'il admet les limites du critère quinien : l'engagement ontologique est lié à ce qui rend vraie la formule, pas seulement avec sa forme syntaxique. Or, si l'on rejette le critère quinien lors de cette première étape du raisonnement, pourquoi revenir à ce même critère lorsqu'il s'agit d'étudier l'engagement ontologique de la sémantique elle-même ? Il est plus simple et cohérent de s'en tenir au critère vérifactionnel : la logique modale est engagée ontologiquement envers les entités qui rendent vraie ses formules.

Sur l'argument de Williamson que Menzel donne en référence, voir la note en bas de cette page[2].

Selon le critère vérifactionnel, KML engage ontologiquement envers les ensembles de base $\mathcal{D}$ et $\mathcal{W}$ et envers la fonction *dom* ; autrement dit, KML engage envers l'existence de tous les individus possibles, de tous les mondes possibles, et d'une relation qui associe les mondes aux individus qui l'habitent. C'est en effet assez peu satisfaisant dans une perspective actualiste.

### 3.3. Autres approches actualistes

Pour éviter l'engagement ontologique possibiliste qui semble inhérent aux modèles de Kripke, la stratégie que la plupart des actualistes vont employer sera à peu près toujours la même : montrer que les domaines d'individus possibles et de mondes possibles peuvent être entièrement construits à partir seulement d'objets existant actuellement. C'est l'approche que Lewis qualifie d'*ersatzisme* (puisqu'elle consiste à fabriquer des ersatz de mondes).

---

[2] « Comme Kripke (1963) l'a montré, on peut invalider les instances de (BF) et de sa converse en relativisant le domaine de quantification au monde de l'évaluation. Mais cette façon d'expliquer comment (BF) peut être fausse dans le monde actuel $w_@$ n'est pas philosophiquement satisfaisante, car elle repose en partie sur le fait que certains individus dans le domaine de certains mondes ne sont pas dans le domaine de $w_@$. Cela requiert que le domaine du quantificateur du méta-langage contienne des individus qui n'appartiennent pas au domaine du quantificateur du langage-objet, de sorte que ce dernier n'est pas compris de façon non-restreinte. Mais le problème est de savoir si (BF) est valide quand le quantificateur du langage-objet est effectivement compris de façon non-restreinte. » Williamson 2000, 206-207. Cet argument là encore repose sur le fait de prendre au sérieux la quantification telle qu'elle apparaît dans la formulation des règles sémantiques ; il s'agit de considérer cette quantification dans la sémantique comme la "vraie" quantification, celle qui engage ontologiquement. Ce déplacement du langage modal à sa sémantique pour l'étude de l'engagement ontologique n'est pas justifié chez Williamson mais on peut supposer qu'elle fait fond sur un argument du même type que celui de Menzel : la sémantique rend compte de la vérifaction du langage modal, et la vérifaction est un guide pour l'engagement ontologique. Cela témoigne du même échec du critère quinien. Si la quantification était le véritable critère de l'engagement ontologique, il n'y aurait pas à chercher l'engagement ontologique plus loin que dans la quantification telle qu'elle apparaît dans le langage qu'on étudie.

Par exemple, une approche assez standard[3] consiste à représenter les mondes par des ensembles de propositions, lesquelles sont conçues comme des objets abstraits mais actuels. Un monde est un ensemble maximalement cohérent de propositions (c'est-à-dire tel que pour n'importe quelle proposition qui n'appartient pas à cet ensemble, l'ajout de cette proposition rend l'ensemble incohérent), ou bien un ensemble contenant pour toute proposition atomique soit cette proposition soit sa négation et rien d'autre (c'est-à-dire une description d'état au sens de Carnap). Une proposition *p* est vraie dans un monde possible ssi cette proposition est un membre de ce monde (si les mondes sont des ensembles maximalement cohérents de propositions), ou bien ssi cette proposition est impliquée par les propositions d'un monde (si les mondes sont des descriptions d'état).

On peut deviner qu'en effet une sémantique de la logique modale suivant ce type d'approche est susceptible d'éliminer l'engagement ontologique envers les *possibilia* et les mondes possibles : ceux-ci étant construits uniquement à partir d'objets actuels, l'ensemble des mondes possibles n'est plus un domaine de base, et nous ne sommes plus engagés ontologiquement envers ces mondes ; nous sommes engagés seulement envers l'existence de propositions. Ce qui rend vrai la formule de logique modale $\Diamond\varphi$ par exemple, ce ne sera rien de plus que l'appartenance de la proposition $\varphi$ à un ensemble de propositions satisfaisant les propriétés de maximalité et de cohérence, ou bien le fait que $\varphi$ peut être déduit d'un ensemble de propositions atomiques constituant une description d'état ; dans tous les cas, ce qui rend vrai $\Diamond\varphi$ n'a à voir qu'avec des propositions qui sont des entités actuelles.

### 3.4. Une sémantique actualiste combinatorialiste

Je vais présenter une sémantique qui se veut une traduction formelle de la théorie actualiste présentée par Armstrong en 1989 dans *A Combinatorial Theory of Possibility.* Je vais montrer que la sémantique de la logique modale quantifiée que l'on peut obtenir en suivant les lignes directrices d'Armstrong satisfait bien l'exigence actualiste telle que nous la comprenons à partir du critère vérifactionnel.

Le monde actuel, pour Armstrong, est constitué d'un ensemble d'états de choses atomiques ; chaque état de choses atomique est composé d'un universel simple et d'individus simples. Pour simplifier les choses, décidons qu'à partir de maintenant nous parlerons simplement d'universaux, d'individus, et d'états de choses. Un universel a une adicité définie : il apparaît toujours dans un état de choses lié à un certain nombre fixe d'individus. Les individus eux peuvent apparaître dans des états de choses de toute forme.

On peut donc dire que les briques ontologiques qui forment la réalité sont les universaux et les individus, mais ceux-ci se présentant toujours liés les uns aux autres

[3] C'est par exemple l'approche d'Adams 1974 et celle d'Armstrong 1989 (et plus anciennement l'approche de Carnap dans *Meaning and Necessity* avec ses descriptions d'états en était déjà une première esquisse). L'approche de Plantinga est elle aussi assez similaire si l'on remplace les propositions par des états de choses (lesquels existent que l'état de chose ait lieu [*obtain*] ou non). Pour plus de détail, l'article de Menzel sur l'actualisme dans la *SEP* constitue la meilleure introduction.

dans les états de choses, cela impose que tout universel est instancié par au moins un individu et que tout individu instancie au moins un universel. Armstrong pose une condition plus forte sur les individus : que tous les individus instancient au moins un universel monadique. (Cela traduit l'idée qu'il n'y a pas d'individu sans propriété.)

On peut représenter ce type de monde par une structure de forme $<\mathcal{D}, \mathcal{U}, \varepsilon>$, où $\mathcal{D}$ est un ensemble non-vide d'individus, $\mathcal{U}$ est la réunion des ensembles $\mathcal{U}_1$, ..., $\mathcal{U}_n$, ... d'universaux *n*-adiques avec $\mathcal{U}_1$ non vide, et ε est une fonction qui satisfait les conditions qui suivent :

- à tout élément de $\mathcal{U}_n$, la fonction ε associe un sous-ensemble non-vide de $\mathcal{D}^n$.
- pour tout élément *i* de $\mathcal{D}$ il y a au moins un élément *u* de $\mathcal{U}_1$ tel que $i \in \varepsilon(u)$.

Il n'y a rien d'autre au monde que cela. On pourrait se demander où sont les états de choses ? Ils sont représenté par la fonction ε qui lie un universel à des individus.

On peut illustrer cette structure $<\mathcal{D}, \mathcal{U}, \varepsilon>$ par l'exemple suivant :

$\mathcal{D}$ = {■, ▲}    $\mathcal{U}_1$ = {*Noir*, *Triangle*, *Carré*}    $\mathcal{U}_2$ = {*Recouvre*}
ε(*Noir*) = {■, ▲}   ε(*Triangle*) = {▲}   ε(*Carré*) = {■}
ε(*Recouvre*) = {(■, ▲), (■, ■), (▲, ▲)}

Comment allons-nous construire nos mondes possibles à partir seulement de ces états de choses actuels ? La première étape consiste à construire des objets abstraits qu'Armstrong appelle les *propositions atomiques*. Une proposition atomique a la même structure qu'un état de chose : il a pour constituant un universel *n*-adique suivi de *n* individu. Mais il y a une proposition atomique pour n'importe quelle combinaison de cette forme (tandis qu'il n'y a évidemment pas d'état de choses qui corresponde à toute combinaison de cette forme).

Nous devons représenter ces propositions atomiques au sein de notre sémantique. Nous allons les représenter tout simplement comme des ensembles constitués d'un universel *n*-adique et d'un *n*-uplet d'individus. J'appellerai une telle paire un *atome*. Toute paire formée par la réunion d'un membre de $\mathcal{U}_n$ et d'un *n*-uplet de membres de $\mathcal{D}$ est un atome. On aura ainsi les atomes suivants : {*Noir*, ■}, {*Noir*, ▲} {*Triangle*, ■}, {*Triangle*, ▲}, {*Carré*, ■}, {*Carré*, ▲}, {*Recouvre*, (■, ■)}, {*Recouvre*, (■, ▲)}, {*Recouvre*, (▲, ▲)}, {*Recouvre*, (▲, ■)}.

Sont-ce là tous les atomes ? Cela signifierait qu'un atome ne peut contenir que des universaux et des individus actuellement existants. En ce qui concerne les universaux, cela convient à Armstrong (qui refuse la possibilité d'universaux non actuellement instanciés), mais en ce qui concerne les individus, cela lui semble trop restrictif : il veut qu'on puisse admettre la possibilité d'individus distincts de tous les individus actuels. Cela signifie pour Armstrong qu'on peut ajouter un nombre indéfini d'individus surnuméraires différents de tous les individus actuels. Pour représenter ces individus, nous allons prendre un ensemble infini construits à partir de l'ensemble vide seulement, par exemple l'ensemble : {∅, {∅}, {{∅}}, ...}. Chacun des membres de cet ensemble représentera un de ces individus surnuméraire. Définissons l'ensemble $\mathcal{D}^*$ comme l'union de $\mathcal{D}$ et de cet ensemble d'individus surnuméraires ; un atome sera une paire d'un membre de $\mathcal{U}_n$ et d'un *n*-uplet de membres de $\mathcal{D}^*$. Cela ajoute ainsi un nombre infini d'atomes comme : {*Noir*, ∅}, {*Noir*, {∅}}, {*Triangle*, ∅}, {*Carré*, {∅}}, etc.

On peut maintenant définir rigoureusement l'ensemble de tous les atomes. C'est l'ensemble $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ des paires $\{X, (Y_1, ..., Y_n)\}$ telles que $X \in \boldsymbol{\mathcal{U}}_n$ et $Y_1, ..., Y_n \in \boldsymbol{\mathcal{D}}^*$.

Certains atomes correspondent à des états de choses (par exemple les deux premiers de la liste donnée précédemment). On peut dire de ces atomes qu'ils sont *vrais*. On peut définir précisément cette notion d'atome vrai de la façon suivante : un atome de forme $\{X, (Y_1, ..., Y_n)\}$ est un atome vrai ssi $\varepsilon(X) = (Y_1, ..., Y_n)$.

Armstrong définit ensuite un monde possible comme n'importe quel ensemble non-vide de propositions atomiques qui respecte la condition suivante : si un individu apparaît dans une proposition atomique polyadique d'un monde $W$ alors cet individu doit apparaître dans au moins une proposition atomique monadique de ce monde $W$. (Cette restriction correspond à l'exigence d'Armstrong selon laquelle il n'y a pas d'individu sans propriété.)

Nous pouvons donc définir l'ensemble $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ des mondes possibles comme l'ensemble des $X$ tels que $X$ est un membre non-vide de l'ensemble des parties de $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ et pour tout $Y$ membre de $\boldsymbol{\mathcal{D}}^*$ si $Y$ apparaît dans un uplet membre d'un des atomes de $X$ alors il y a un membre de $X$ de forme $\{Z, Y\}$. (Si l'on écartait la restriction d'Armstrong pour les individus sans propriétés, la définition de $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ serait beaucoup plus simple : ce serait seulement l'ensemble des parties de $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ moins l'ensemble vide.)

Dans notre exemple, l'ensemble $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ contiendra par exemple ce monde possible constitué de deux atomes : {{*Noir*, ▲}, {*Triangle*, ▲}}.

On convient d'appeler @ le monde qui contient tous les atomes vrais. Dans notre exemple ce sera le monde suivant : {{*Noir*, ■}, {*Noir*, ▲}, {*Triangle*, ▲}, {*Carré*, ■}, {*Recouvre*, (■, ▲)}, {*Recouvre*, (■, ■)}, {*Recouvre*, (▲, ▲)}}.

Il est crucial de noter que l'ensemble $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ a été construit uniquement à partir des domaines $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ et $\boldsymbol{\mathcal{U}}$. (Le seul ajout est l'ensemble d'individus fantômes $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, ...\}$ qui servent à représenter la possibilité d'individus surnuméraires ; mais cet ensemble n'ayant aucun ur-element on peut le voir comme n'ayant aucun poids ontologique : il ne semble pas qu'il faille que quelque chose doive exister dans le monde pour que cet ensemble existe.)

On peut maintenant définir une sémantique pour un langage modal $\boldsymbol{\mathcal{L}}_{\boldsymbol{\mathcal{V}}}$. Ce sera une structure $M = <\boldsymbol{\mathcal{D}}, \boldsymbol{\mathcal{U}}, \varepsilon, \delta>$ où $\boldsymbol{\mathcal{D}}$, $\boldsymbol{\mathcal{U}}$ et $\varepsilon$ sont tels qu'on vient de les présenter et $\delta$ est une fonction de dénotation qui satisfait ces conditions :

- à toute constante individuelle de $\boldsymbol{\mathcal{V}}$, la fonction $\delta$ associe un membre de $\boldsymbol{\mathcal{D}}$.

- à toute constante prédicat $n$-adique de $\boldsymbol{\mathcal{V}}$, la fonction $\delta$ associe un membre de $\boldsymbol{\mathcal{U}}_n$.

On définit la notion d'assignation relative à un monde $W$ (c'est-à-dire à un membre de $\boldsymbol{\mathcal{W}}$). Pour cela définissons le domaine d'un monde $W$ comme l'ensemble des membres de $\boldsymbol{\mathcal{D}}^*$ qui apparaissent dans les uplets des atomes de $W$. Notons ce domaine $\boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{W}}$. (On peut remarquer que $\boldsymbol{\mathcal{D}}_{@} = \boldsymbol{\mathcal{D}}$.) Une fonction $s$ est une assignation si elle associe à chaque monde $W$ une fonction $s_W$ telle que pour toute variable individuelle $v$ on a $s_W(v) \in \boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathrm{W}}$.

On définit la fonction $\delta_{sW}$ comme la fonction associant à tout terme $t$ soit $\delta(t)$ si $t$ est une constante ou bien $s_W(t)$ si $t$ est une variable.

On définit la dénotation d'un prédicat relative à un monde $W$. C'est la fonction $\delta_{\mathrm{W}}$ qui associe à un prédicat $K^n$ ou bien l'ensemble vide si $\delta(K^n)$ n'apparaît dans aucun sous-ensemble de $W$, ou bien l'ensemble de tous les $n$-uplets ($Y_1$, …, $Y_n$) qui apparaissent dans les membres de $W$ de forme {δ($K^n$), ($Y_1$, …, $Y_n$)}.

On va donner des règles pour la notion de vérité dans un modèle relativement à un monde et une assignation. On note : $M_{W,s} \vDash \varphi$ pour φ est vrai dans le modèle $M$ pour l'assignation $s$ et dans le monde $W$ (où comme toujours on a $W \in \mathcal{W}$). Ces règles sont presque toutes identiques à celles de KML.

- *Formules atomiques.* $M_{W,s} \vDash K^n t_1 \ldots t_n$ ssi $(\delta_{sW}(t_1), \ldots, \delta_{sW}(t_n)) \in \delta_W(K^n)$

- *Formules quantifiées.* $M_{w,s} \vDash \forall v\, \varphi$ ssi pour toute assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que par la valeur de $s'_w(v)$, alors $M_{w,s'} \vDash \varphi$.

- $M_{w,s} \vDash \exists v\, \varphi$ ssi il y a une assignation $s'$ identique à $s$ ou qui n'en diffère que par la valeur de $s'_w(v)$ telle que $M_{w,s'} \vDash \varphi$.

Les règles pour l'identité et les connecteurs sont standards.

Pour les formules modale, les choses vont être un peu plus compliquée que prévue si l'on tient à formaliser fidèlement la pensée d'Armstrong. La difficulté provient de son refus des haeccéités. Ce refus se traduit par ceci : les mondes sont identique à travers les simples substitutions d'individus. (Cela limite l'impact ontologique du fait d'accepter un nombre indéfini d'individus surnuméraires). Pour exprimer ceci, on définit une relation d'identité$_w$, notée plus simplement : $=_w$. On dira : $W_1 =_w W_2$ ssi $W_1$ et $W_2$ sont des mondes possibles et au moins l'une de ces deux condition est satisfaite :

i) Il y a deux membres $X$ et $Y$ de $\mathcal{D}^*$ tels que la substitution d'un $X$ à tout $Y$ apparaissant en quelque position dans les uplets des atomes de $W_1$ donne pour résultat l'ensemble $W_2$.

ii) Il y a un monde $W$ tel que $W_1 =_w W$ et $W =_w W_2$.

Pour tout monde possible $W$ il y a un sous-ensemble de $\mathcal{W}$ qui est l'ensemble des mondes identiques$_w$ à $W$. Appelons cet ensemble $\mathcal{W}_W$. (On peut facilement voir que $=_W$ est une relation d'équivalence et donc si $W_1 =_w W_2$ alors $\mathcal{W}_{W1} = \mathcal{W}_{W2}$.)

Pour l'évaluation des formules modales, l'idée générale peut maintenant s'exprimer ainsi : une formule possible est vraie ssi il y a un ensemble de mondes identiques$_w$ tels que cette formule est vraie dans tous ces mondes, et une formule nécessaire est vraie ssi elle est vraie dans au moins un membre de chaque ensemble de mondes identiques$_w$. (Pour quelques explications sur la raison pour laquelle cette méthode permet d'éviter l'haeccéitisme, voir la note[4].)

---

[4] Pour mieux comprendre, prenons un langage $\mathcal{L}_\mathcal{V}$ avec $\mathcal{V} = \{a, P\}$ et le modèle et $M = \langle \mathcal{D}, \mathcal{U}, \varepsilon, \delta \rangle$ avec :

$\mathcal{D} = \{o\}$  $\mathcal{U} = \{Rond\}$  $\varepsilon(Rond) = \{o\}$  $\delta(a) = o$  $\delta(P) = Rond$.

Considérez maintenant la formule : (1) $\Diamond \exists x\, (Px\, \&\, \forall y\, (y = x)\, \&\, x \neq a)$. Elle affirme qu'il est possible qu'il existe un monde où il n'existe qu'un seul individu ayant la seule propriété d'être rond, autrement dit un monde exactement similaire au monde actuel, mais où ce seul individu est un autre que l'individu dénoté par $a$. Si l'on accepte cela, on est commis d'accepter des essences individuelles, ce que refuse justement Armstrong. La formule doit donc être tenue pour fausse. Or il y a bien un monde possible où elle est vraie, le monde : {{$Rond$, ∅}} où c'est un individu surnuméraire qui est rond, plutôt que $o$. Donc si vérité d'une formule possible dépendait de la vérité dans au moins un monde possible, notre sémantique échouerait à rejeter l'haeccéitisme. Avec le critère sur les mondes identiques$_w$, cela fonctionne : (1) est fausse. – Pour la nécessité, il en va de même. Considérez la formule : $\Box \exists x (Px\, \&\, \forall y (y = x) \rightarrow x = a)$. Pour rejeter l'haeccéitisme, il faut que cette formule soit vraie ; or elle n'est pas vraie dans tous les mondes possibles (elle est fausse dans le monde {{$Rond$, ∅}}) ; par contre tout ensemble de mondes identiques$_w$ contient bien au moins un monde où elle est vraie.

On a donc :

$M_{W,s} \vDash \Diamond\varphi$ ssi il y a un $W'_i$ tel que pour tout membre W' de $W_i$ on a : $M_{W',s} \vDash \varphi$

$M_{W,s} \vDash \Box\varphi$ ssi tout $W'_i$ a au moins un membre W' tel que $M_{W',s} \vDash \varphi$

On définira les formules vraies comme les formules vraies dans le monde actuel @ (tel que ce monde a été défini précédemment, c'est-à-dire le monde qui contient tous les atomes vrais). On peut montrer facilement que cette sémantique appliquée aux formules non-modales du langage est équivalente à la sémantique de la logique du premier ordre.

Cette sémantique offre ainsi le pouvoir expressif d'un possibilisme mais elle n'engage ontologiquement qu'envers des entités actuelles : le domaine des mondes possibles qui sert à l'évaluation des formules modales est entièrement construits à partir des domaines actuels $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ et $\boldsymbol{\mathcal{U}}$.

L'avantage de l'approche combinatorialiste par rapport à d'autres actualisme, c'est que la sémantique ne fait aucun appel à des notions modales ; ainsi, il semble bien que l'on a réduit la modalité à du non-modal.

C'est une stratégie du même ordre que je vais défendre pour le meinongianisme. Je vais montrer comment l'on peut construire le domaine des objets meinongiens à partir seulement d'objets concrets actuellement existant. De cette façon j'obtiendrai une théorie ayant le pouvoir expressif d'une théorie meinongienne tout en satisfaisant à l'exigence de l'actualiste en matière d'engagement ontologique.


Adams, R. M. (1974), "Theories of Actuality," *Noûs*, 8: 211–31.

Armstrong, David M. (1984) *A Combinatorial Theory of Possibility*, Cambridge University Press.

(2004) *Truth and truthmakers*. Cambridge University Press.

Cameron, R. (2008) "Truthmakers and ontological commitment: Or how to deal with complex objects and mathematical ontology without getting into trouble." *Philosophical Studies*, 140, 1–18.

Heil, J. (2003). *From an ontological point of view*. Oxford University Press.

Linsky, B., Zalta, E. (1994) "In Defense of the Simplest Quantified Modal Logic", *Philosophical Perspectives*, 8: 431-458

Menzel, Christopher (2012), "Actualism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2012 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.).

Schaffer, Jonathan (2008) "Truthmaker Commitments", *Philosophical Studies*, 141.1 (2008), 7-19.

Simons, Peter (1997), "Higher-Order Quantification and Ontological Commitment", *Dialectica* 51 (4):255–271.

Williamson, T. (2000) "The Necessary Framework of Objects," *Topoi*, 19: 201–208.